绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数　　学（文史类）

本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至5页。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考号填写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答卷时，考生务必将答案涂写在答题卡上，答在试卷上的无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利!

第Ⅰ卷

注意事项：

1．每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

2．本卷共8小题，每小题5分，共40分。

参考公式：

- 如果事件 A，B 互斥，那么 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.
- 圆柱的体积公式 $V=Sh$，其中 S 表示圆柱的底面面积，h 表示圆柱的高.
- 棱锥的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$，其中 S 表示棱锥的底面面积，h 表示棱锥的高.

一．选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

（1）设集合 $A=\{-1,1,2,3,5\}$，$B=\{2,3,4\}$，$C=\{x\in\mathbf{R}\,|\,1\leqslant x<3\}$，则 $(A\cap C)\cup B=$

（A）$\{2\}$　　（B）$\{2,3\}$　　（C）$\{-1,2,3\}$　　（D）$\{1,2,3,4\}$

（2）设变量 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\leqslant 0,\\x-y+2\geqslant 0,\\x\geqslant -1,\\y\geqslant -1,\end{cases}$ 则目标函数 $z=-4x+y$ 的最大值为

（A）2　　（B）3　　（C）5　　（D）6

（3）设 $x\in\mathbf{R}$，则“$0<x<5$”是“$|x-1|<1$”的

（A）充分而不必要条件

（B）必要而不充分条件

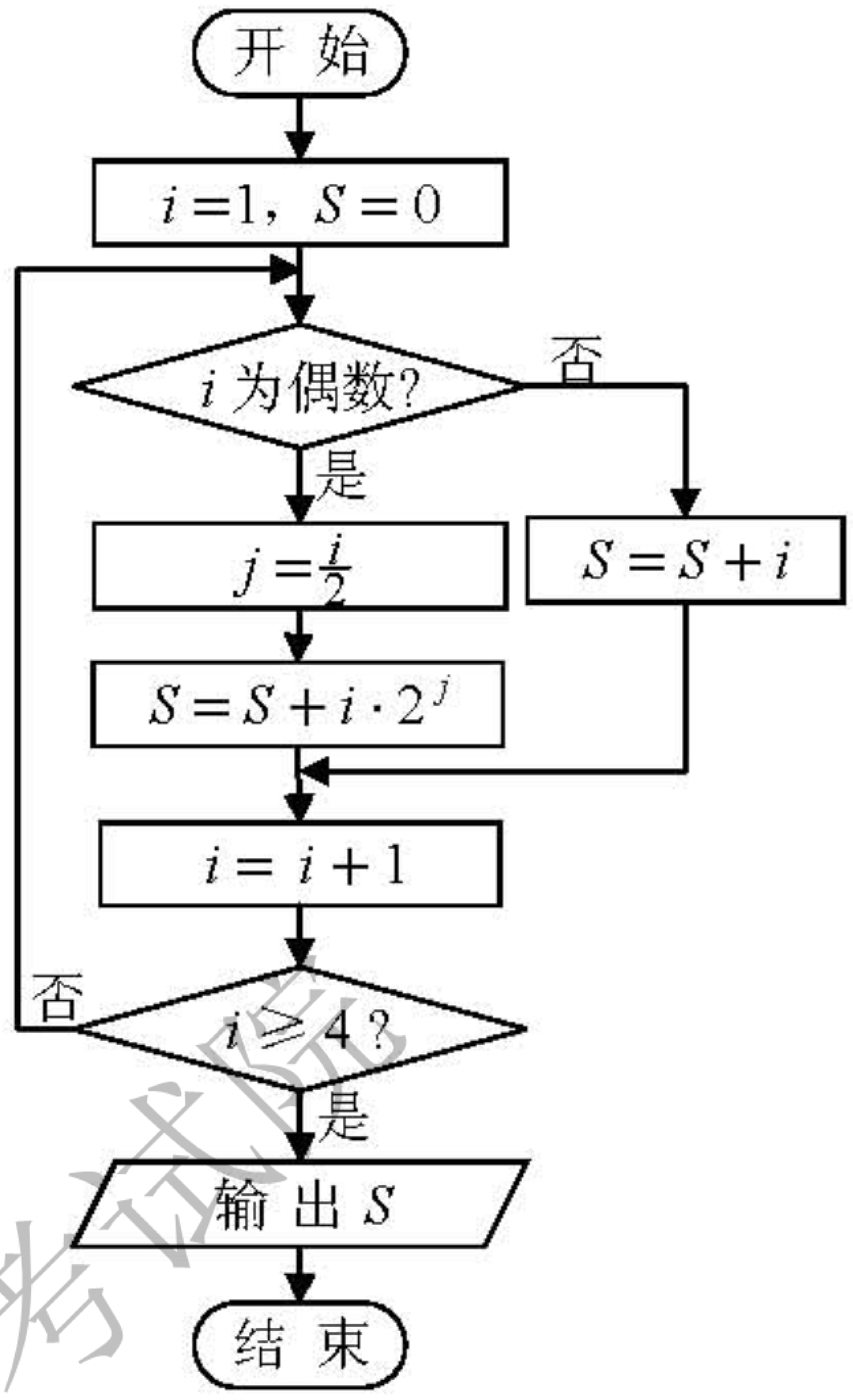
（C）充要条件

（D）既不充分也不必要条件

（4）阅读右边的程序框图，运行相应的程序，输出 S 的值为

（A）5　　（B）8

（C）24　　（D）29



第（4）题图

（5）已知 $a=\log_2 7$，$b=\log_3 8$，$c=0.3^{0.2}$，则 a，b，c 的大小关系为

（A）$c<b<a$　　（B）$a<b<c$

（C）$b<c<a$　　（D）$c<a<b$

（6）已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，准线为 l．若 l 与双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的两条渐近线分别交于点 A 和点 B，且 $|AB|=4|OF|$（O 为原点），则双曲线的离心率为

（A）$\sqrt{2}$　　（B）$\sqrt{3}$　　（C）2　　（D）$\sqrt{5}$

（7）已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\pi$）是奇函数，且 $f(x)$ 的最小正周期为 π，将 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），所得图象对应的函数为 $g(x)$．若 $g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，则 $f\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=$

（A）-2　　（B）$-\sqrt{2}$　　（C）$\sqrt{2}$　　（D）2

（8）已知函数 $f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\leq x\leq 1,\\ \dfrac{1}{x}, & x>1.\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=-\dfrac{1}{4}x+a$（$a\in\mathbf{R}$）恰有两个互异的实数解，则 a 的取值范围为

（A）$\left[\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]$　　（B）$\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]$　　（C）$\left(\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]\cup\{1\}$　　（D）$\left[\dfrac{5}{4},\dfrac{9}{4}\right]\cup\{1\}$

绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数　学（文史类）

第Ⅱ卷

注意事项：

1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上。

2．本卷共12小题，共110分。

二．填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．

（9）i是虚数单位，则$\left|\dfrac{5-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right|$的值为____________．

（10）设$x\in\mathbf{R}$，使不等式$3x^2+x-2<0$成立的x的取值范围为____________．

（11）曲线$y=\cos x-\dfrac{x}{2}$在点$(0,1)$处的切线方程为____________．

（12）已知四棱锥的底面是边长为$\sqrt{2}$的正方形，侧棱长均为$\sqrt{5}$．若圆柱的一个底面的圆周经过四棱锥四条侧棱的中点，另一个底面的圆心为四棱锥底面的中心，则该圆柱的体积为____________．

（13）设$x>0$，$y>0$，$x+2y=4$，则$\dfrac{(x+1)(2y+1)}{xy}$的最小值为____________．

（14）在四边形$ABCD$中，$AD//BC$，$AB=2\sqrt{3}$，$AD=5$，$\angle A=30^\circ$，点E在线段CB的延长线上，且$AE=BE$，则$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AE}=$____________．

三．解答题：本大题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

（15）（**本小题满分 13 分**）

2019 年，我国施行个人所得税专项附加扣除办法，涉及子女教育、继续教育、大病医疗、住房贷款利息或者住房租金、赡养老人等六项专项附加扣除．某单位老、中、青员工分别有 72，108，120 人，现采用分层抽样的方法，从该单位上述员工中抽取 25 人调查专项附加扣除的享受情况．

（Ⅰ）应从老、中、青员工中分别抽取多少人？

（Ⅱ）抽取的 25 人中，享受至少两项专项附加扣除的员工有 6 人，分别记为 A，B，C，D，E，F．享受情况如右表，其中“○”表示享受，“×”表示不享受．现从这 6 人中随机抽取 2 人接受采访．

项目 \ 员工	A	B	C	D	E	F
子女教育	○	○	×	○	×	○
继续教育	×	×	○	×	○	○
大病医疗	×	×	×	○	×	×
住房贷款利息	○	○	×	×	○	○
住房租金	×	×	○	×	×	×
赡养老人	○	○	×	×	×	○

（ⅰ）试用所给字母列举出所有可能的抽取结果；

（ⅱ）设 M 为事件“抽取的 2 人享受的专项附加扣除至少有一项相同”，求事件 M 发生的概率．

（16）（**本小题满分 13 分**）

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．已知 $b+c=2a$，$3c\sin B=4a\sin C$．

（Ⅰ）求 $\cos B$ 的值；

（Ⅱ）求 $\sin\left(2B+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的值．

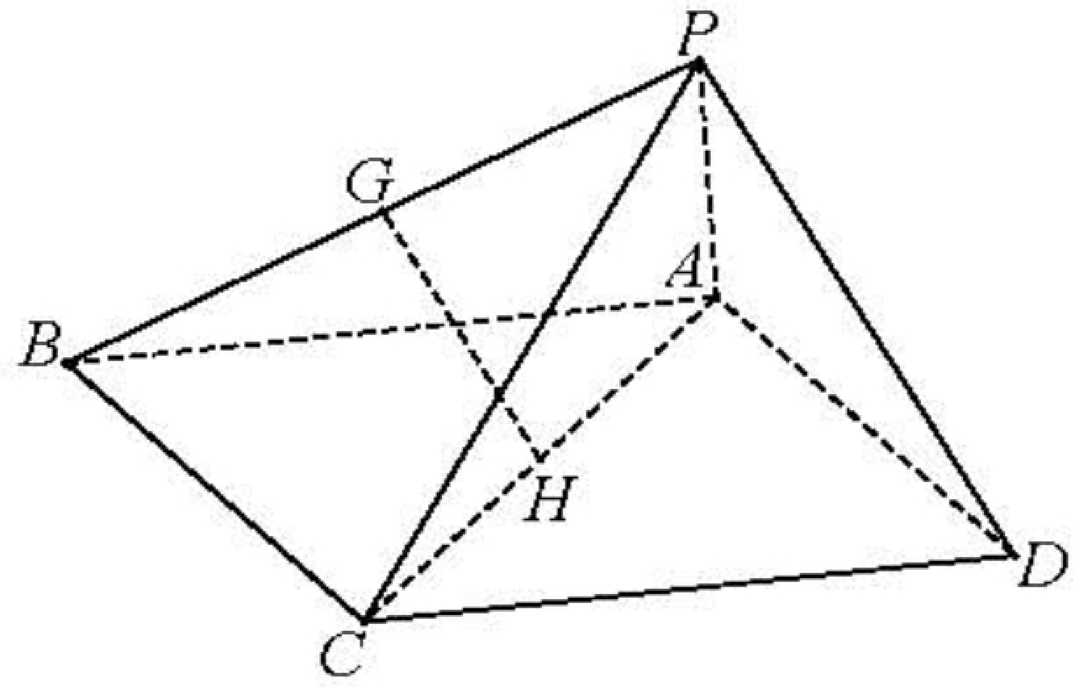
（17）（**本小题满分 13 分**）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，$\triangle PCD$ 为等边三角形，平面 $PAC\perp$ 平面 PCD，$PA\perp CD$，$CD=2$，$AD=3$．

（Ⅰ）设 G，H 分别为 PB，AC 的中点，求证：GH // 平面 PAD；

（Ⅱ）求证：$PA\perp$ 平面 PCD；

（Ⅲ）求直线 AD 与平面 PAC 所成角的正弦值．



（18）（**本小题满分 13 分**）

设$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是等比数列，公比大于0．已知$a_1=b_1=3$，$b_2=a_3$，$b_3=4a_2+3$．

（Ⅰ）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\{c_n\}$满足$c_n=\begin{cases}1, & n\text{为奇数},\\ b_{\frac{n}{2}}, & n\text{为偶数}.\end{cases}$求$a_1c_1+a_2c_2+\cdots+a_{2n}c_{2n}$（$n\in\mathbf{N}^*$）.

（19）（**本小题满分 14 分**）

设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左焦点为$F$，左顶点为$A$，上顶点为$B$．已知$\sqrt{3}|OA|=2|OB|$（$O$为原点）.

（Ⅰ）求椭圆的离心率；

（Ⅱ）设经过点F且斜率为$\dfrac{3}{4}$的直线l与椭圆在x轴上方的交点为P，圆C同时与x轴和直线l相切，圆心C在直线$x=4$上，且$OC/\!/AP$．求椭圆的方程.

（20）（**本小题满分 14 分**）

设函数$f(x)=\ln x-a(x-1)\mathrm{e}^x$，其中$a\in\mathbf{R}$．

（Ⅰ）若$a\leqslant 0$，讨论$f(x)$的单调性；

（Ⅱ）若$0<a<\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，

（ⅰ）证明$f(x)$恰有两个零点；

（ⅱ）设x_0为$f(x)$的极值点，x_1为$f(x)$的零点，且$x_1>x_0$，证明$3x_0-x_1>2$．